

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ
ШКОЛЬНИКОВ
ПО МАТЕМАТИКЕ

2023/24 учебный год

10 класс

Задания

Задача 1 (7 баллов). Решите уравнение: $\sqrt{4-2x} + \sqrt{2+x} = \sqrt{2x}$.

Задача 2 (7 баллов). Все натуральные числа от 1 до 100 в некотором порядке выписываются по кругу. Назовём число *доминирующим*, если оно строго больше суммы двух своих соседей. Каково наибольшее возможное количество доминирующих чисел?

Задача 3 (7 баллов). Во вписанном четырёхугольнике $ABCD$ диагональ AC является биссектрисой угла DAB . На продолжении AD за точку D выбрали такую точку E , что $AB = DE$. Докажите, что $AC = CE$.

Задача 4 (7 баллов). Король загадал три попарно различных ненулевых числа a , b и c . Мудрец хочет записать эти числа (используя каждое ровно один раз) по одному вместо звёздочек в уравнение $* \cdot x^2 + 2 \cdot * \cdot x + * = 0$ так, чтобы у него получилось квадратное уравнение, имеющее хотя бы один действительный корень. Докажите, что он всегда сможет это сделать, причём как минимум двумя способами.

Задача 5 (7 баллов). Существует ли такое четырёхзначное число, что между его второй и третьей цифрами можно вписать некоторую цифру, отличную от нуля, и получить пятизначное число, кратное исходному?

Максимальное количество баллов за олимпиаду — 35.