

**МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ  
ШКОЛЬНИКОВ  
ПО МАТЕМАТИКЕ**

**2023/24 учебный год**

**11 класс**

**Задания**

**Задача 1 (7 баллов).** В каждой клетке таблицы  $4 \times 4$  записано либо число 0, либо число 1. Вычисляют суммы чисел в каждой строке, каждом столбце и двух больших диагоналях (состоящих из 4 клеток). Может ли быть так, что среди значений этих 10 сумм никакое не повторяется более двух раз?

**Задача 2 (7 баллов).** Решите уравнение:

$$\sin^2 x + \sqrt{x^2 - 16x + 64} + \sqrt{x^2 + 10x + 25} = 13.$$

**Задача 3 (7 баллов).** Натуральный делитель  $d$  натурального числа  $n$  назовём *значительным*, если  $\sqrt{n} < d < n$ . Какое наибольшее количество делителей (включая 1 и само себя) может иметь натуральное число, если у него ровно 7 значительных делителей?

**Задача 4 (7 баллов).** В выпуклом четырёхугольнике  $ABCD$  известно, что  $\angle ABD = \angle ACD = 90^\circ$ . Пусть перпендикуляр к  $AD$ , проведённый из точки  $B$ , пересекает отрезок  $AC$  в точке  $K$ . Найдите длину отрезка  $KC$ , если  $AB = 7$ ,  $AK = 2$ .

**Задача 5 (7 баллов).** Докажите, что графики функций  $f(x) = x^3 + 2x^2 - 2x - 1$  и  $g(x) = 2x^3 + 4x^2 - 3x - 2$  пересекаются в трёх различных точках, причём эти точки лежат на одной прямой.

**Максимальное количество баллов за олимпиаду — 35.**