

**МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ
ШКОЛЬНИКОВ
ПО МАТЕМАТИКЕ**

2023/24 учебный год

9 класс

Задания

Задача 1 (7 баллов). При каких значениях a уравнение $x^2 - a^2x + 3a = 0$ имеет два различных действительных корня, сумма которых равна 4?

Задача 2 (7 баллов). Можно ли на доску 8×8 поставить 16 королей так, чтобы они не били друг друга и чтобы при этом в каждой строке и в каждом столбце находилось ровно по 2 короля? (Король бьёт все клетки, соседние с его клеткой по стороне или углу.)

Задача 3 (7 баллов). Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Известно, что $\angle ABD = 72^\circ$, $\angle DAC = 18^\circ$, $AC = 12$. Найдите радиус окружности.

Задача 4 (7 баллов). В классе учатся 25 человек, причём среди них есть и мальчики, и девочки. Каждый мальчик сказал: «У меня друг на одну больше, чем друзей-мальчиков». Каждая девочка сказала: «У меня друзей-мальчиков на одного больше, чем друг». Докажите, что чья-то дружба не взаимна.

Задача 5 (7 баллов). Прямоугольный параллелепипед с целыми размерами $a \times b \times c$ построен из единичных кубиков. Каждый кубик покрашен в зелёный, синий или красный цвет. Каждый из a слоёв размера $1 \times b \times c$, параллельных грани $b \times c$, содержит ровно 9 зелёных кубиков, 12 синих и сколько-то красных. Каждый из b слоёв размера $a \times 1 \times c$, параллельных грани $a \times c$, содержит ровно 20 синих кубиков, 25 красных и сколько-то зелёных. Докажите, что объём этого параллелепипеда не меньше, чем 180.

Максимальное количество баллов за олимпиаду — 35.